

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ  
проректор

\_\_\_\_\_ П. А. Машаров  
«17» апреля 2025 г.  
МП

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ АНАЛИЗА**

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Дополнительные главы анализа»** для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений,  
канд. физ.-мат. наук

А. В. Агибалова

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений.  
Протокол от 08.04.2025 г. № 9а

Заведующий кафедрой

В. В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и  
информационных технологий  
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.  
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.  
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной  
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.  
16.04.2025 г.

В. В. Волчков

## 1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Линейная алгебра.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Научный семинар по вопросам математического анализа, Производственная практика: научно-исследовательская работа (обязательная).

## 2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.9 Дополнительные главы анализа
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц / всего часов	3 / 108

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

### 2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	3	5	34	–	34	40	108	экзамен

## 3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Углубленная подготовка в области анализа и теории операторов; ознакомление с совокупностью математических знаний о матрицах и функциях от них, о самосопряженных операторах в конечномерном пространстве и спектральной теореме для них; формирование абстрактного и логического мышления, математического кругозора и культуры, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в науке и приложениях.

#### 4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

##### 4.1. Компетенции

ОПК-3. Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики

##### 4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-3.1. Владеет предметом, способен разработать план занятия и изложить материал.

##### 4.3. Результаты обучения

ОПК-3.2.1. Знает определения и утверждения, методы решения задач дисциплины, схему доказательств утверждений.

ОПК-3.2.2. Умеет решать задачи дисциплины (приводить матрицу линейного оператора к каноническому виду, вычислять функции от матрицы), формулировать основные теоремы, выбирать и использовать необходимые методы при решении задач.

ОПК-3.2.3. Владеет навыками подачи материала, разработкой заданий по темам дисциплины.

#### 5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Диагональный вид и жорданова нормальная форма матрицы.	1.1 Матричная алгебра. 1.2. Приведение матрицы к диагональному виду. 1.3. Приведение матрицы к жордановой нормальной форме.
Раздел 2. Функции от матрицы.	2.1. Определение и свойства функции от матрицы. 2.2 Интерполяционный многочлен Лагранжа-Сильвестра.
Раздел 3. Самосопряжённые операторы.	3.1 Самосопряжённые операторы и их матрицы. Ортопроекторы. 3.2 Собственные значения и собственные векторы самосопряжённого оператора. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора. 3. Функциональное исчисление для самосопряжённого оператора.

#### 6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 6.1. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 5

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Диагональный вид и жорданова нормальная форма матрицы.	<b>12</b>		<b>10</b>	<b>12</b>	<b>34</b>
Матричная алгебра.	2		2	4	8
Приведение матрицы к диагональному виду.	2		2	4	8
Приведение матрицы к жордановой нормальной форме.	8		6	4	18

Раздел 2. Функции от матрицы.	<b>8</b>		<b>8</b>	<b>10</b>	<b>26</b>
Определение и свойства функции от матрицы.	4		4	4	12
Интерполяционный многочлен Лагранжа-Сильвестра.	4		4	6	12
Раздел 3. Самосопряжённые операторы.	<b>14</b>		<b>16</b>	<b>18</b>	<b>48</b>
Самосопряжённые операторы и их матрицы. Ортопроекторы.	6		6	6	18
Собственные значения и собственные векторы самосопряжённого оператора. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора.	4		6	6	16
Функциональное исчисление для самосопряжённого оператора.	4		4	6	14
<b>ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП</b>	<b>34</b>	<b>–</b>	<b>34</b>	<b>40</b>	<b>108</b>

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 7.1. Контрольные вопросы

#### Раздел 1

1. Линейные пространства, линейная зависимость и независимость. Базис.
2. Обратные матрицы. Ранг матрицы.
3. Специальные типы матриц.
4. Изменение координат вектора при переходе к новому базису.
5. Собственные значения и собственные векторы.
6. Диагональный вид матрицы. Условия диагонализации.
7. Жордановы матрицы. Корневые подпространства.
8. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств.
9. Циклические подпространства. Жорданов базис корневых подпространств.

#### Раздел 2

10. Характеристический и минимальный многочлены матрицы.
11. Определение функции от матрицы.
12. Свойства функции от матрицы.
13. Интерполяционный многочлен Лагранжа-Сильвестра.

#### Раздел 3

14. Самосопряжённые операторы: определение, свойства.
15. Ортопроекторы: определение, свойства.
16. Собственные значения и собственные векторы самосопряжённого оператора: свойства.
17. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора.
18. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора в форме разложения единицы.
19. Функциональное исчисление для самосопряжённого оператора.

### 7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике по темам:

- диагональный вид и жорданова нормальная форма матрицы;
- функции от матрицы.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

1. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора.

2. Привести матрицу  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  к диагональному виду

3. Вычислить  $\sin B$ , если  $B = \begin{pmatrix} -4 & 9 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$ .

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

## 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале, исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

### 8.1. Семестр 5

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-3	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	60
	Контрольная работа по теоретическому материалу	30
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

### Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено

75-79	C	удовлетворительно	зачтено
70-74	D		зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

## 10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 10.1. Основная литература

1. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. - Изд. 5-е. - Москва: Физматлит, 2004 (ОАО Чебоксарская тип. j 1). - 559 с.

2. Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре / И. М. Гельфанд. - [8-е изд]. - Москва: КДУ, 2009. - 320 с.

3. Конечномерный линейный анализ. I. Линейные операторы в конечномерных гильбертовых (унитарных) пространствах (H): Учебное пособие / Муратов М. А., Островский В. Л., Самойленко Ю. С. — Киев: Центр учебной литературы, 2012. — 174 с.

### 10.2. Дополнительная литература

4. Ланкастер П. Теория матриц [Текст] / П. Ланкастер; перевод с англ. С. П. Демушкина. - 2-е изд. - Москва: Наука, 1982. - 269 с.

5. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: [для ун-тов]. - 4-е изд., стер. - Москва: Наука, 1975. - 400 с.

6. Лиманский Д.В. Дополнительные главы анализа: учебное пособие / Д.В. Лиманский, П.А Машаров – Донецк: ДонГУ, 2024. – 125 с.

## 11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU**: научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»**: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»**: [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт**: электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ**: сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ**: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

## 12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).